

【46】関数  $y = \frac{6 + 4 \sin \theta + 4 \cos \theta + \sin 2\theta}{2 + \sin \theta \cos \theta}$  について、以下の問いに答えよ。

- (1)  $t = 2 + \sin \theta + \cos \theta$  として、 $\sin \theta \cos \theta$  を  $t$  の関数で表しなさい。
- (2) (1) の  $t$  のとりうる値の範囲を求めなさい。
- (3)  $y$  の最小値を求めなさい。

【47】次の問いに答えよ。

- (1)  $x \geq 0$  のとき、不等式  $e^x > \frac{x^2}{2}$  が成り立つことを示せ。
- (2) (1) の不等式を使って、 $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x} = 0$  が成り立つことを示せ。
- (3)  $\int e^{-\sqrt{x}} dx$  を求めよ。
- (4)  $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^R e^{-\sqrt{x}} dx$  を求めよ。

【48】次の問いに答えよ。

- (1)  $a, b, c > 0$  とする。このとき、不等式

$$\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$$

が成り立つことを証明せよ。

- (2)  $a, b, c$  が三角形の3辺の長さを表すとき、

$$\frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{c+a-b} + \frac{c}{a+b-c}$$

の最小値を求めよ。

【49】次の連立方程式(\*)を考える。

$$(*) \begin{cases} y = 2x^2 - 1 \\ z = 2y^2 - 1 \\ x = 2z^2 - 1 \end{cases}$$

- (1)  $(x, y, z) = (a, b, c)$  が(\*)の実数解であるとき、 $|a| \leq 1, |b| \leq 1, |c| \leq 1$ であることを示せ。
- (2) (\*) は全部で8組の相異なる実数解を持つことを示せ。