

【36】 次の問いに答えよ.

(1) x, y が正の数で, $\log_x y = t$ とするとき, $\log_y \frac{x^3}{y^4}$ を t で表せ.

(2) 連立不等式

$$0 < x < 1, 0 < y < 1, (\log_x y)^2 + \log_y \frac{x^3}{y^4} \leq 0$$

の表す領域を, xy 平面上に図示せよ.

【37】 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \int_{\frac{2n-1}{2}\pi}^{\frac{2n+1}{2}\pi} e^{-x} |\cos x| dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める. 次の問いに答えよ.

(1) 関数 $f(x) = e^{-x}(\sin x - \cos x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(2) 数列 a_n の一般項を求めよ.

(3) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が収束することを示し, その値を求めよ.

【38】 実数 p に対して, $X = \frac{p-4}{6}, Y = \frac{p}{2}, Z = \frac{p-1}{3}$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) X, Y を Z で表し, $X^3 + Y^3 + Z^3$ を Z の多項式で表せ.

(2) p の恒等式として, $\frac{9}{2}Z^3 = Xp^2 + aYp + bZ + c$ を満たす実数 a, b, c を求めよ.

(3) $X^3 + Y^3 + Z^3 = Xp^2 + Yp + Z$ となることを示せ.

(4) $16^3 + 50^3 + 33^3$ を求めよ.

【39】 x は $0 < x < 1$ を満たす実数とする. 3 辺の長さが $1, 1, 2x$ の二等辺三角形の内接円の半径を r , 外接円の半径を R とする. 以下の問いに答えよ.

(1) r と R を x を用いて表せ.

(2) $\frac{r}{R}$ を最大にする x とそのときの $\frac{r}{R}$ の値を求めよ.

【40】 n を正の整数とする.

(1) 次の等式が成り立つことを示せ.

$$\left\{1 + 2 \sum_{k=1}^n \cos(kx)\right\} \sin \frac{x}{2} = \sin \left(\left(n + \frac{1}{2}\right)x \right)$$

(2) 次の方程式の解 x を全て求めよ.

$$\sum_{k=1}^n \cos(kx) = 0$$