

【14】整式 $f(x)$ に対して、整式 $g(x)$ を $g(x) = f(x^2 - 2)$ により定める.

(1) $f(x) = x - 2$ のとき、 $g(x)$ を求めよ.

(2) a は実数とし、 $f(x) = x - a$ とする. $g(x)$ が $f(x)$ で割り切れるような a の値を全て求めよ.

【15】数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^2 + 3n + 2$ で表されているとする.

(1) 一般項 a_n を求めよ.

(2) $\frac{S_1 S_3}{S_2} + \frac{S_2 S_4}{S_3} + \frac{S_3 S_5}{S_4} + \cdots + \frac{S_n S_{n+2}}{S_{n+1}}$ を求めよ.

(3) $\frac{S_4}{S_3 S_5} + \frac{S_7}{S_6 S_8} + \frac{S_{10}}{S_9 S_{11}} + \cdots + \frac{S_{3n+1}}{S_{3n} S_{3n+2}}$ を求めよ.

【16】 n は正の整数とする.

(1) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^n \theta d\theta + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^{n+2} \theta d\theta$ を n の式で表せ.

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^7 \theta d\theta$ を求めよ.

【17】 n 次の整式で表された関数 $f(x)$ が、全ての x に対して

$$f(x^2) = x^3 f(x - 1) + 3x^5 + 3x^4 - x^3$$

を満たすとする. 次の問いに答えよ.

(1) $f(0), f(1), f(4)$ の値を求めよ.

(2) $f(x^2)$ の次数と $x^3 f(x - 1)$ の次数を、それぞれ n を用いて表せ.

(3) $n \geq 4$ でないことを示せ.

(4) $f(x)$ を求めよ.

【18】 $2m^2 - n^2 - mn - m + n = 18$ を満たす自然数 m, n を求めよ.

【19】 m を整数とする. 3次方程式

$$x^3 + mx^2 + (m + 8)x + 1 = 0$$
 は有理数の解 α をもつ.

(1) α は整数であることを示せ.

(2) m を求めよ.